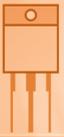


# Methodische Lösungswege zum Rechenbuch Elektrotechnik



$\sqrt{2}$

AVΩ



$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi$$



EUROPA-FACHBUCHREIHE  
für elektrotechnische Berufe

# Rechenbuch Elektrotechnik

## Methodische Lösungswege

**Gültig ab 22. Auflage**

Bearbeitet von Lehrern an beruflichen Schulen und von Ingenieuren  
(siehe Rückseite)

Leitung des Arbeitskreises und Lektorat: Klaus Tkotz

VERLAG EUROPA-LEHRMITTEL · Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG  
Düsselberger Straße 23 · 42781 Haan-Gruiten

**Europa-Nr.: 30960**

## **Autoren der Methodischen Lösungswege zum Rechenbuch Elektrotechnik:**

Eichler, Walter	Otterberg
Feustel, Bernd	Kirchheim
Isele, Dieter	Lauterach
Käppel, Thomas	Münchberg
König, Werner	Boxberg
Neumann, Ronald	Oberkail
Tkotz, Klaus	Kronach
Winter, Ulrich	Kaiserslautern

## **Lektorat und Leitung des Arbeitskreises:**

Klaus Tkotz

## **Bildentwürfe:**

Die Autoren

## **Hinweise zur Buchbenutzung:**

1. Die Bezeichnung der Lösungen erfolgte jeweils durch eine Zahlengruppe, gebildet aus der Seiten- und Aufgabennummer der betreffenden Aufgabe im Rechenbuch Elektrotechnik. So bedeutet z. B. **39/4.: Rechenbuch Elektrotechnik, Seite 39, Aufgabe 4.**  
Kommen Aufgabennummern auf einer Seite doppelt vor, so ist den Nummern der obenstehenden Aufgaben der Zusatz „oben“, den Nummern der untenstehenden Aufgaben der Zusatz „unten“ hinzugefügt.
2. Bei der Beurteilung von Aufgaben, in denen der Wert  $\pi$  vorkommt, können bei den Ergebnissen kleine Schwankungen auftreten.
3. Beim Auf- bzw. Abrunden der Ergebnisse wurden folgende Regeln für das Runden von Zahlen nach DIN 1333 angewandt:  
Ist die auf die letzte mitzuteilende Stelle folgende Ziffer 5 oder größer, so wird aufgerundet.  
Beispiele:  $16,75 \approx 16,8$   $16,752 \approx 16,8$   $1,76 \approx 1,8$   
Ist die betreffende Ziffer kleiner als 5, so wird abgerundet.  
Beispiele:  $41,34 \approx 41,3$   $41,349 \approx 41,3$   
Diese Regeln gelten nicht für das Geldwesen.

## **Bildbearbeitung:**

Zeichenbüro des Verlags Europa-Lehrmittel GmbH & Co. KG, 73760 Ostfildern

22. Auflage 2020

Druck 5 4 3 2 1

Alle Drucke derselben Auflage sind parallel einsetzbar, da sie bis auf die Behebung von Druckfehlern untereinander unverändert sind.

ISBN 978-3-8085-3939-2

Alle Rechte vorbehalten: Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwendung außerhalb der gesetzlich geregelten Fälle muss vom Verlag schriftlich genehmigt werden.

© 2020 by Verlag Europa-Lehrmittel, Nourney, Vollmer GmbH & Co. KG, 42781 Haan-Gruiten  
<http://www.europa-lehrmittel.de>

Satz und Layout: Satz+Layout Werkstatt Kluth GmbH, 50374 Erftstadt

Umschlag: braunwerbeagentur, 42477 Radevormwald

Umschlagidee: Klaus Tkotz

Umschlagfoto: Casio Europe GmbH

Druck: Medienhaus Plump GmbH, 53619 Rheinbreitbach

# Wegweiser Rechenbuch Elektrotechnik

Methodische Lösungswege

## Inhaltsverzeichnis Kurzform

1	Technische Mathematik . . . . .	7
2	Physikalische Grundlagen . . . . .	20
3	Elektrotechnische Grundlagen . . . . .	30
4	Arbeiten mit Kennlinien . . . . .	69
5	Elektrisches Feld . . . . .	76
6	Magnetisches Feld . . . . .	81
7	Wechselstrom- und Drehstromtechnik . . . . .	88
8	Messtechnik . . . . .	142
9	Elektronik. . . . .	148
10	Schutzmaßnahmen in elektrischen Anlagen	204
11	Anlagen- und Gebäudetechnik. . . . .	209
12	Elektrische Maschinen . . . . .	236
13	Regelungstechnik . . . . .	263
14	Aufgaben zur Prüfungsvorbereitung . . . . .	268

## Nützliches

Hinweise zur Buchbenutzung . . . . .	2
Griechisches Alphabet . . . . .	vordere Innenumschlagseite
Grundformeln Gleichstrom. . . . .	hintere Innenumschlagseite

<b>1</b>	<b>Technische Mathematik</b>	<b>7</b>
1.2	<b>Grundrechnungsarten</b>	7
1.2.1	Zahlen, Addition und Subtraktion	7
1.2.2	Multiplikation und Division	7
1.3	<b>Rechnen mit Brüchen</b>	8
1.4	<b>Potenzen und Wurzeln</b>	9
1.4.1	Potenzen	9
1.4.2	Wurzeln	10
1.5	<b>Logarithmen</b>	10
1.5.1	Rechnen mit Logarithmen	10
1.5.2	Logarithmische Maßstäbe	11
1.6	<b>Gleichungen und Formeln</b>	12
1.6.1	Arbeiten mit Gleichungen	12
1.6.2	Arbeiten mit Formeln	13
1.6.3	Verhältnisleichungen, Dreisatzrechnen	13
1.6.4	Verhältnisleichungen, Prozentrechnen	13
1.7	<b>Funktionen</b>	14
1.8	<b>Rechnen am Dreieck</b>	14
1.8.1	Satz des Pythagoras	14
1.8.2	Winkelfunktionen	15
1.8.3	Winkel im Grad- und Bogenmaß	16
1.8.4	Rechnen am beliebigen Dreieck	17
1.9	<b>Runden</b>	18
<b>2</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>20</b>
2.1	<b>Vorsätze</b>	20
2.2	<b>Kreisumfang, gestreckte Länge</b>	20
2.3	<b>Flächen</b>	21
2.4	<b>Rauminhalt und Masse</b>	22
2.5	<b>Berechnung von Spulen</b>	22
2.6	<b>Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit</b>	24
2.6.1	Gleichförmige Bewegung	24
2.6.2	Kreisförmige Bewegung mit konstanter Bahngeschwindigkeit	25
2.7	<b>Kräfte</b>	26
2.8	<b>Moment und Hebel</b>	27
2.9	<b>Mechanische Arbeit</b>	28
2.10	<b>Mechanische Leistung</b>	28
<b>3</b>	<b>Elektrotechnische Grundlagen</b>	<b>30</b>
3.1	<b>Umrechnen von Einheiten</b>	30
3.2	<b>Stromstärke und Ladung</b>	30
3.3	<b>Elektrische Spannung</b>	30
3.4	<b>Widerstand und Leitwert</b>	30
3.5	<b>Ohmsches Gesetz</b>	31
3.6	<b>Stromdichte</b>	32
3.7	<b>Elektrischer Widerstand</b>	33
3.7.1	Leiterwiderstand	33
3.7.2	Widerstand und Temperatur	33
3.7.3	Übertemperatur	35
3.8	<b>Schaltung von Widerständen</b>	35
3.8.1	Reihenschaltung von Widerständen	35
3.8.2	Parallelschaltung von Widerständen	37
3.8.3	Gemischte Schaltungen (Gruppenschaltungen)	40
3.8.4	Spannungsteiler	48
3.8.5	Abgegliche Brückenschaltung	51
3.8.6	Unabgeglichene Brückenschaltung	52
3.9	<b>Elektrische Leistung und Arbeit</b>	53
3.9.1	Elektrische Leistung	53

3.9.2	Elektrische Arbeit	56
3.9.3	Leistungsbestimmung mit dem Zähler	56
3.9.4	Wirkungsgrad	57
<b>3.10</b>	<b>Wärmeenergie</b>	<b>58</b>
3.10.1	Wärmemenge und Wassermischung	58
3.10.2	Elektrowärme und Wärmenutzungsgrad	59
<b>3.11</b>	<b>Spannungserzeuger</b>	<b>60</b>
3.11.1	Galvanische Elemente	60
3.11.2	Schaltung von Spannungserzeugern	60
3.11.3	Anpassung	62
3.11.4	Ersatzquellen	63
3.11.5	Laden und Entladen von Akkumulatoren	64
3.11.6	Fotovoltaik und Solarmodul	65

## 4 Arbeiten mit Kennlinien 69

4.1	<b>Lineare Widerstände</b>	69
4.2	<b>Logarithmische Darstellung</b>	70
4.3	<b>Nichtlineare Widerstände</b>	70
4.4	<b>Ermittlung des Arbeitspunktes</b>	72
4.4.1	Reihenschaltung linearer Widerstände	72
4.4.2	Reihenschaltung linearer und nichtlinearer Widerstände	73
4.5	<b>Statischer und differentieller Widerstand</b>	75

## 5 Elektrisches Feld 76

5.1	<b>Elektrische Feldstärke</b>	76
5.2	<b>Kapazität von Plattenkondensatoren</b>	76
5.3	<b>Ladung und Energie bei Kondensatoren</b>	77
5.4	<b>Schaltungen von Kondensatoren</b>	78
5.5	<b>Laden und Entladen von Kondensatoren</b>	79
5.5.1	Kondensatorspannung und Zeit	79
5.5.2	Kondensatorstrom und Zeit	79

## 6 Magnetisches Feld 81

6.1	<b>Größen des magnetischen Feldes</b>	81
6.1.1	Durchflutung und Feldstärke	81
6.1.2	Magnetischer Fluss, magnetische Flussdichte, Permeabilität	82
6.1.3	Arbeiten mit Magnetisierungskennlinien	82
6.2	<b>Magnetische Kreise</b>	83
6.3	<b>Magnetische Feldkräfte</b>	85
6.4	<b>Elektromagnetische Induktion</b>	86
6.5	<b>Spule an Gleichspannung</b>	87

## 7 Wechselstrom- und Drehstromtechnik 88

7.1	<b>Kenngrößen der Wechselstromtechnik</b>	88
7.2	<b>Winkel und Winkelfunktionen</b>	88
7.3	<b>Augenblickswert sinusförmiger Wechselspannungen und Wechselströme</b>	89
7.4	<b>Addition sinusförmiger Wechselgrößen gleicher Frequenz</b>	91
7.4.1	Addition von Wechselgrößen im Zeigerbild	91
7.4.2	Addition sinusförmiger Wechselgrößen im Liniendiagramm	92

<b>7.5</b>	<b>Wechselstromkreis mit idealen Widerständen</b> .....	94
7.5.1	Ohmscher Widerstand im Wechselstromkreis (Wirkwiderstand) ..	94
7.5.2	Induktivität im Wechselstromkreis (ideale Spule) .....	95
7.5.3	Kapazität im Wechselstromkreis (idealer Kondensator) .....	96
7.5.4	Schaltungen von idealen Induktivitäten und idealen Kapazitäten .....	97
<b>7.6</b>	<b>Reihenschaltungen bei gemischter Belastung</b> .....	100
7.6.1	Wirkwiderstand und induktiver Blindwiderstand in Reihe .....	100
7.6.2	Verlustwinkel und Gütefaktor einer Spule .....	102
7.6.3	Reihenschaltung realer Spulen .....	103
7.6.4	Wirkwiderstand und kapazitiver Blindwiderstand in Reihe .....	104
7.6.5	Wirkwiderstand, induktiver Blindwiderstand und kapazitiver Blindwiderstand in Reihe .....	107
<b>7.7</b>	<b>Parallelschaltungen bei gemischter Belastung</b> .....	110
7.7.1	Wirkwiderstand und induktiver Blindwiderstand parallel .....	110
7.7.2	Parallelschaltung mehrerer Spulen .....	112
7.7.3	Wirkwiderstand und kapazitiver Blindwiderstand parallel .....	115
7.7.4	Verlustwinkel und Gütefaktor eines Kondensators .....	117
7.7.5	Wirkwiderstand, induktiver Blindwiderstand und kapazitiver Blindwiderstand parallel .....	118
<b>7.8</b>	<b>Schwingkreise</b> .....	121
7.8.1	Reihenschwingkreis .....	121
7.8.2	Parallelschwingkreis .....	121
<b>7.9</b>	<b>Leistung bei Wechselstrom</b> .....	122
<b>7.10</b>	<b>Siebschaltungen</b> .....	124
7.10.1	RL-Hochpass und RL-Tiefpass .....	124
7.10.2	RC-Hochpass und RC-Tiefpass .....	125
<b>7.11</b>	<b>Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom)</b> .....	127
7.11.1	Sternschaltung .....	127
	Sternschaltung, symmetrische, gleichartige Last .....	127
	Sternschaltung, unsymmetrische, gleichartige Last .....	127
	Sternschaltung, unsymmetrische, ungleichartige Last .....	129
7.11.2	Dreieckschaltung .....	130
	Dreieckschaltung, symmetrische, gleichartige Last .....	130
	Dreieckschaltung, unsymmetrische, gleichartige Last .....	131
	Dreieckschaltung, unsymmetrische, ungleichartige Last .....	133
7.11.3	Leistung bei Dreiphasenwechselstrom ..	135
<b>7.12</b>	<b>Kompensation</b> .....	139
7.12.1	Kompensation bei Wechselstromverbrauchern .....	139
7.12.2	Kompensation bei Drehstromverbrauchern .....	140

<b>8</b>	<b>Messtechnik</b> .....	<b>142</b>
<b>8.1</b>	<b>Analoge Messgeräte</b> .....	142
8.1.1	Anzeigefehler bei analogen Messgeräten .....	142
8.1.2	Eigenverbrauch von analogen Messgeräten .....	142
<b>8.2</b>	<b>Digitale Messgeräte</b> .....	143
	Anzeige und Messfehler .....	143
<b>8.3</b>	<b>Echtheffektivwertmessung und Messkategorie</b> .....	143
<b>8.4</b>	<b>Indirekte Widerstandsermittlung</b> .....	144
<b>8.5</b>	<b>Messen über Messwandler</b> .....	145
<b>8.6</b>	<b>Messen mit dem Oszilloskop</b> .....	146

<b>9</b>	<b>Elektronik</b> .....	<b>148</b>
<b>9.1</b>	<b>Kühlung elektronischer Bauelemente</b> ..	148
<b>9.2</b>	<b>Leuchtdioden</b> .....	149
<b>9.3</b>	<b>Gleichrichter</b> .....	151
9.3.1	Gleichrichterschaltungen .....	151
9.3.2	Glättung und Siebung .....	153
	Glättung .....	153
	Siebung .....	154
<b>9.4</b>	<b>Bipolarer Transistor</b> .....	154
9.4.1	Kennwerte .....	154
9.4.2	Arbeiten mit Transistorkennlinien .....	155
9.4.3	Arbeitspunkteinstellung .....	158
9.4.4	Arbeitspunktstabilisierung .....	160
9.4.5	Wechselstromverstärker in Emitterschaltung .....	161
<b>9.5</b>	<b>Spannungsstabilisierung</b> .....	164
9.5.1	Z-Dioden .....	164
9.5.2	Parallelstabilisierung mit Z-Diode .....	165
9.5.3	Reihenstabilisierung .....	166
9.5.4	Spannungsstabilisierung mit Spannungsreglern .....	168
<b>9.6</b>	<b>Transistor als Schalter</b> .....	169
<b>9.7</b>	<b>Kippschaltungen</b> .....	171
9.7.1	Astabile Kippschaltung .....	171
9.7.2	Monostabile Kippschaltung .....	172
9.7.3	Schmitt-Trigger .....	173
<b>9.8</b>	<b>Feldeffekttransistor ( FET )</b> .....	175
9.8.1	Kenngößen des Feldeffekttransistors ..	175
9.8.2	Einstellung des Arbeitspunktes .....	175
9.8.3	Arbeiten mit Kennlinien beim Feldeffekttransistor .....	176
<b>9.9</b>	<b>Operationsverstärker</b> .....	177
9.9.1	Invertierender Operationsverstärker ...	177
9.9.2	Nichtinvertierender Operationsverstärker .....	177
9.9.3	Summierverstärker (Addierer) .....	178
9.9.4	Differenzverstärker (Subtrahierer) .....	180
9.9.5	Integrierer .....	181
9.9.6	Differenzierer .....	183
<b>9.10</b>	<b>Thyristor und Triac</b> .....	184
9.10.1	Zünden von Thyristoren und Triacs .....	184
9.10.2	Gesteuerte Gleichrichter .....	184
9.10.3	Wechselstromsteller, Vielperiodensteuerung .....	186
<b>9.11</b>	<b>Digitaltechnik</b> .....	187
9.11.1	Zahlensysteme .....	187

Umwandlung von Dual- und Sedezimalzahlen in Dezimalzahlen . . . . .	188	11.2.8	Beleuchtungswirkungsgrad bei Innenraumbelichtung . . . . .	227
Umwandlung von Dezimal- in Dual- oder in Sedezimalzahlen . . . . .	189	11.2.9	Ermittlung der Lampenzahl nach dem Wirkungsgradverfahren . . . . .	228
Umwandlung von Sedezimalzahlen und Dualzahlen . . . . .	189	<b>11.3 Antennentechnik</b> . . . . .		228
9.11.2 Rechnen mit Dualzahlen . . . . .	190	11.3.1 Verstärkungsfaktor, Dämpfungsfaktor . .		228
9.11.3 BCD-Code . . . . .	191	11.3.2 Verstärkungsmaß, Dämpfungsmaß . . . .		229
9.11.4 Schaltalgebra . . . . .	192	11.3.3 Pegel . . . . .		230
Rechenregeln für eine Variable und Umkehrterme . . . . .	192	11.3.4 Mechanische Sicherheit von Antennenstandrohren . . . . .		231
Kommutativgesetze . . . . .	192	<b>11.4 Kostenrechnen</b> . . . . .		232
Assoziativgesetze . . . . .	192	11.4.1 Rechnungspreis und Gewinn . . . . .		232
Distributivgesetze . . . . .	192	11.4.2 Kostenarten . . . . .		233
Umkehrgesetze für mehrere Variablen .	193	<b>11.5 Handelskalkulation</b> . . . . .		233
Schaltungen in NAND- oder in NOR-Technik . . . . .	193	<b>11.6 Angebotserstellung</b> . . . . .		234
9.11.5 Analyse und Synthese von Binärschaltungen . . . . .	194			
Analyse von Binärschaltungen . . . . .	194			
Synthese von Binärschaltungen . . . . .	196			
9.11.6 Minimieren von Schaltnetzwerken . . . .	197			
Algebraisches Minimieren . . . . .	197			
KV-Diagramm . . . . .	199			
<b>9.12 Datenmengen und Datenübertragungsrate</b> . . . . .	203			
9.12.1 Datenmengen . . . . .	203			
9.12.2 Datenübertragungsrate . . . . .	203			
<b>10 Schutzmaßnahmen in elektrischen Anlagen</b> . . . . .	<b>204</b>			
<b>10.1 Schutzmaßnahmen</b> . . . . .	204			
10.1.1 Fehlerstromkreis . . . . .	204			
10.1.2 Isolationswiderstand von Fußböden oder Wänden . . . . .	204			
10.1.3 Schutzmaßnahmen im TN-System . . . .	205			
10.1.4 Schutzmaßnahmen im TT-System . . . .	206			
10.1.5 Kurzschlusschutz von isolierten Leitungen und Kabeln . . . . .	207			
10.1.6 Fehlerstrom-Schutzeinrichtung (RCD) . .	208			
<b>11 Anlagen- und Gebäudetechnik</b> . . . . .	<b>209</b>			
<b>11.1 Leitungen</b> . . . . .	209			
11.1.1 Unverzweigte Leitungen für Gleichstrom . . . . .	209			
11.1.2 Unverzweigte Leitungen für Wechselstrom . . . . .	210			
11.1.3 Unverzweigte Leitungen für Drehstrom	212			
11.1.4 Verzweigte Leitungen für Wechselstrom	214			
11.1.5 Verzweigte Leitungen für Drehstrom . .	216			
11.1.6 Ringleitungen . . . . .	218			
11.1.7 Leitungen mit Oberschwingungen . . . .	219			
<b>11.2 Beleuchtungstechnik</b> . . . . .	223			
11.2.1 Lichtstrom und Lichtausbeute . . . . .	223			
11.2.2 Energieeffizienzklasse . . . . .	223			
11.2.3 Beleuchtungsstärke und Beleuchtungswirkungsgrad . . . . .	224			
11.2.4 Lichtstärke und Lichtstärkeverteilung . .	225			
11.2.5 Entfernungsgesetz . . . . .	225			
11.2.6 Leuchtdichte . . . . .	227			
11.2.7 Raumindex . . . . .	227			
		12	<b>Elektrische Maschinen</b> . . . . .	<b>236</b>
		<b>12.1 Transformatoren</b> . . . . .		236
		12.1.1 Einphasentransformatoren . . . . .		236
		Übersetzung der Spannung . . . . .		236
		Übersetzung der Stromstärke . . . . .		236
		Übersetzung des Widerstandes . . . . .		237
		Transformatorhauptgleichung . . . . .		238
		Wirkungsgrad von Transformatoren . . .		239
		Kurzschlussspannung und Kurzschlussstrom . . . . .		241
		Spartransformatoren für Einphasenwechselstrom . . . . .		242
		Berechnung von Kleintransformatoren .		242
		12.1.2 Transformatoren für Dreiphasenwechselstrom . . . . .		244
		Übersetzung der Spannung . . . . .		244
		Parallelschalten von Transformatoren . .		246
		<b>12.2 Antriebstechnik</b> . . . . .		247
		12.2.1 Leistung, Drehzahl und Drehmoment . .		247
		12.2.2 Einfache Übersetzungen . . . . .		248
		12.2.3 Mehrfache Übersetzung . . . . .		250
		12.2.4 Antriebe mit Servomotoren . . . . .		251
		<b>12.3 Umlaufende elektrische Maschinen</b> . . .		252
		12.3.1 Drehfelddrehzahl . . . . .		252
		12.3.2 Synchronmaschine . . . . .		253
		12.3.3 Zahnläufer und Schrittmotor . . . . .		254
		12.3.4 Drehstromasynchronmotor . . . . .		255
		12.3.5 Wechselstromasynchronmotor . . . . .		258
		12.3.6 Gleichstrommotoren . . . . .		259
		Fremderregter Gleichstrommotor . . . . .		259
		Gleichstrom-Nebenschlussmotor . . . . .		260
		Gleichstrom-Reihenschlussmotor . . . . .		261
		12.3.7 Gleichstromgeneratoren . . . . .		262
		<b>13 Regelungstechnik</b> . . . . .		<b>263</b>
		<b>13.1 Unstetiges Regeln</b> . . . . .		263
		<b>13.2 Stetiges Regeln</b> . . . . .		265
		13.2.1 Regeln mit Proportionalverhalten . . . . .		265
		13.2.2 Operationsverstärker als Regler . . . . .		266
		13.2.3 Einstellen eines stetigen Reglers . . . . .		267
		<b>14 Aufgaben zur Prüfungsvorbereitung</b> . . . .		<b>268</b>

# 1 Technische Mathematik

1

Technische Mathematik

## 1.2 Grundrechnungsarten

### 1.2.1 Zahlen, Addition und Subtraktion

- 10/1. a)  $(3 + 7) + 1 = 3 + (7 + 1) = (3 + 1) + 7 = 3 + (1 + 7) =$   
 $10 + 1 = 3 + 8 = 4 + 7 = 3 + 8 = 11$
- b)  $(11 + 9) - 5 = 11 + (9 - 5) = (11 - 5) + 9 = 11 + (-5 + 9) =$   
 $20 - 5 = 11 + 4 = 6 + 9 = 11 + 4 = 15$
- c)  $2 + 3 + 4 = (2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4) = (2 + 4) + 3 = 2 + (4 + 3) =$   
 $5 + 4 = 2 + 7 = 6 + 3 = 2 + 7 = 9$
- d)  $8 + 2 + 4 = (8 + 2) + 4 = 8 + (2 + 4) = (8 + 4) + 2 = 8 + (4 + 2) =$   
 $10 + 4 = 8 + 6 = 12 + 2 = 8 + 6 = 14$
- e)  $(11 + 14) + (16 + 19) = 11 + (14 + 16) + 19 =$   
 $(11 + 19) + (14 + 16) = (19 + 14) + (11 + 16) = 60$
- 10/2. a)  $400 - (46 + 18 - 120 + 14 + 52 - 16) = 400 - (46 + 14 + 52 + 18 - 120 - 16) =$   
 $= 400 - (-6) = 406$   
 $400 - 46 - 18 + 120 - 14 - 52 + 16 = 400 + 120 + 16 - (46 + 14 + 18 + 52) = 536 - 130 = 406$
- b)  $647 - 123 - (79 - 68 + 37 + 21 - 67 + 20) = 647 - 123 - (79 + 21 + 37 + 20 - 68 - 67) =$   
 $= 524 - 22 = 502$   
 $647 - 123 - 79 + 68 - 37 - 21 + 67 - 20 = 647 + 68 + 67 - (123 + 37 + 79 + 21 + 20) =$   
 $= 782 - 280 = 502$
- c)  $288 - (50 - 12 + 88) - 12 - 90 - 180 = 288 - 126 - (12 + 90 + 180) =$   
 $= 288 - 126 - 282 = -120$   
 $288 - 50 + 12 - 88 - 12 - 90 - 180 = 288 + 12 - (50 + 88 + 12 + 90 + 180) =$   
 $= 300 - 420 = -120$
- d)  $368 - (152 - 32 - 77) - (28 + 103 - 120) = 368 - 43 - 11 = 368 - (43 + 11) = 314$   
 $368 - 152 + 32 + 77 - 28 - 103 + 120 = (368 + 32 + 77 + 120) - (152 + 28 + 103) =$   
 $= 597 - 283 = 314$
- 10/3. a)  $5a + 6x + 4a + 3b + 4x = 5a + 4a + 3b + 6x + 4x = 9a + 3b + 10x$
- b)  $9x + 3y + 2 + 5x + 7y + 4 = 9x + 5x + 3y + 7y + 2 + 4 = 6 + 14x + 10y$
- c)  $8,7a + 21,2n + 5,3a + 12,4n = 8,7a + 5,3a + 21,2n + 12,4n = 14a + 33,6n$

### 1.2.2 Multiplikation und Division

- 11/1. a)  $3a \cdot 5b = 15ab$  b)  $8c \cdot 3ab = 24abc$
- c)  $3 \cdot 4,5a \cdot 3bc + 4ac \cdot 3b = 40,5abc + 12abc = 52,5abc$
- d)  $4,5ab \cdot 8x - 2,5ax \cdot 9b + 5bx \cdot 3a = 36abx - 22,5abx + 15abx = 28,5abx$
- 11/2. a)  $8 \cdot (-5b) = -40b$  b)  $4b \cdot (-e) = -4be$  c)  $(-10a) \cdot (-12x) = 120ax$
- d)  $(-n) \cdot (-m) \cdot (-x) = -nmx$  e)  $(-2x) \cdot 3y \cdot (-4z) = 24xyz$  f)  $0,5x \cdot (-0,3y) \cdot 4 = -0,6xy$
- g)  $40 : (-8) = -5$  h)  $(-63c) : (-9) = 7c$  i)  $(24 : 4) : 2 = 3$
- j)  $[24 : (-4)] : 2 = -3$  k)  $[(-24) : (-4)] : 2 = 3$  l)  $[(-24) : (-4)] : (-2) = -3$
- 11/3. a)  $(a + 3) \cdot 6 = 18 + 6a$  b)  $(a - b) \cdot 7 = 7a - 7b$
- c)  $8 \cdot (2a - 5b + 6) = 48 + 16a - 40b$  d)  $(8 + 4x - a) \cdot (-4) = -32 + 4a - 16x$
- e)  $(a + b) \cdot 5 + 4 \cdot (a - b) = 9a + b$  f)  $(2a + 3b) \cdot 2c + 4bc = 4ac + 10bc$
- g)  $(y - 9) \cdot (x - 3) = 27 + xy - 9x - 3y$  h)  $(n - 3) \cdot (a + 6) = an + 6n - 3a - 18$

- 11/4. a)  $25 \cdot 12 + 15 \cdot 25 - 2 \cdot 25 = 25 \cdot (12 + 15 - 2) = 25 \cdot 25 = 625$   
 b)  $ax - 4az + 7ay = a \cdot (x + 7y - 4z)$   
 c)  $24ab - 12by + 48ab = 12b \cdot (2a - y + 4a) = 12b \cdot (6a - y)$   
 d)  $25ab + 125ac + 100ax = 25a \cdot (b + 5c + 4x)$   
 e)  $5bx - 2bx - 15bx = bx \cdot (5 - 2 - 15) = -12bx$   
 f)  $am + bm - cm + zm = m \cdot (a + b - c + z)$   
 g)  $(a + b) \cdot x + (a + b) \cdot y = (a + b) \cdot (x + y)$   
 h)  $(b - c) \cdot y + b - c = (b - c) \cdot (y + 1)$   
 i)  $(a - b) \cdot x + (a - b) \cdot y = (a - b) \cdot (x + y)$

### 1.3 Rechnen mit Brüchen

- 12/1. a)  $\frac{1}{4} - \frac{3}{14} - \frac{3}{35} = \frac{1 \cdot 35}{4 \cdot 35} - \frac{3 \cdot 10}{14 \cdot 10} - \frac{3 \cdot 4}{35 \cdot 4} = \frac{35 - 30 - 12}{140} = -\frac{7}{140} = -\frac{1}{20} = -0,05$   
 b)  $\frac{9}{14} - \frac{1}{42} - \frac{17}{28} + \frac{2}{7} = \frac{9 \cdot 6}{14 \cdot 6} - \frac{1 \cdot 2}{42 \cdot 2} - \frac{17 \cdot 3}{28 \cdot 3} + \frac{2 \cdot 12}{7 \cdot 12} = \frac{54 - 2 - 51 + 24}{84} = \frac{25}{84} = 0,298$   
 c)  $\frac{5}{6} \cdot \frac{9}{35} = \frac{3}{14} = 0,214$     d)  $18 : \frac{24}{35} = \frac{105}{4} = 26,25$     e)  $\frac{121}{27} : \frac{66}{45} = \frac{55}{18} = 3,056$
- 12/2. a)  $\frac{7}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{7}{\frac{4+3}{12}} = \frac{7 \cdot 12}{7} = 12$     b)  $\frac{1}{\frac{3}{4} - \frac{2}{5}} = \frac{1}{\frac{15-8}{20}} = \frac{20}{7} = 2,857$   
 c)  $\frac{-22}{\frac{1}{8} - \frac{5}{18}} = \frac{-22}{\frac{9-20}{72}} = \frac{-22 \cdot 72}{-11} = 144$     d)  $\frac{104gIm}{130gm} = \frac{4I}{5}$   
 e)  $\frac{28ef}{-84ef} = -\frac{1}{3}$     f)  $\frac{-68kmr}{-102kr} = \frac{2m}{3}$
- 12/3. a)  $\frac{1}{d} + \frac{1}{e} = \frac{e+d}{e \cdot d}$     b)  $\frac{6}{t} - \frac{1}{s} = \frac{6s-t}{st}$     c)  $\frac{3}{ab} + \frac{2}{bc} = \frac{3c+2a}{abc}$   
 d)  $\frac{15}{k} - 3 + \frac{7}{l} = \frac{15l - 3kl + 7k}{kl}$     e)  $\frac{3}{uv} + \frac{12}{uw} - 15 = \frac{3w + 12v - 15uvw}{uvw} = \frac{3(w + 4v - 5uvw)}{uvw}$
- 12/4. a)  $\frac{2f}{3r} + \frac{g}{2s} - \frac{5h}{rs} = \frac{4fs + 3gr - 30h}{6rs}$   
 b)  $\frac{5l}{6a} - k + \frac{h}{12ab} + \frac{5l}{18a} = \frac{30bl - 36abk + 3h + 10bl}{36ab} = \frac{40bl - 36abk + 3h}{36ab}$   
 c)  $\frac{6ab}{38cd} \cdot \frac{57}{48a} = \frac{3b}{16cd}$     d)  $\frac{32b}{21cd} \cdot \frac{20ab}{49d} = \frac{32b \cdot 49d}{21cd \cdot 20ab} = \frac{56}{15ac}$
- 12/5. a)  $\frac{6x-30}{8} : \frac{5x-25}{20y-4} = \frac{(6x-30) \cdot (20y-4)}{8 \cdot (5x-25)} = \frac{24 \cdot (x-5) \cdot (5y-1)}{40 \cdot (x-5)} = \frac{3 \cdot (5y-1)}{5}$

$$\text{b) } \frac{1-6v}{14s-2} : \frac{36v-6}{8-56s} = \frac{(1-6v) \cdot (8-56s)}{(14s-2) \cdot (36v-6)} = \frac{-(6v-1) \cdot 8 \cdot (1-7s)}{-2(1-7s) \cdot 6 \cdot (6v-1)} = \frac{2}{3}$$

$$\text{c) } \frac{1}{\frac{2}{m} + \frac{3}{n}} = \frac{1}{\frac{2n+3m}{mn}} = \frac{mn}{2n+3m} \quad \text{d) } \frac{15a+10}{\frac{3}{2} + \frac{1}{a}} = \frac{5 \cdot (3a+2)}{\frac{3a+2}{2a}} = 10a$$

## 1.4 Potenzen und Wurzeln

### 1.4.1 Potenzen

13/1. a)  $x^6$     b)  $b^{2x+2}$     c)  $10^{3x}$     d)  $7d^{-2}$     e)  $3x^{-3} \cdot y^6$     f)  $2^{-2x}$

13/2. a)  $a^2 + 2a + 1$     b)  $16y^2 - 40y + 25$     c)  $9 + 12b + 4b^2$   
 d)  $x^2 + 2xy + y^2$     e)  $x^2 - 2xy + y^2$     f)  $4r^2 + 12rs + 9s^2$

13/3. a)  $(a+b) \cdot (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$     b)  $(a-b) \cdot (a-b) = a^2 - 2ab + b^2$   
 c)  $(a+b) \cdot (a+b) \cdot (a+b) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$   
 d)  $(a-b) \cdot (a-b) \cdot (a-b) = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$   
 e)  $(a+b) \cdot (a+b) \cdot (a+b) \cdot (a+b) = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$   
 f)  $(a-b) \cdot (a-b) \cdot (a-b) \cdot (a-b) = a^4 - 4a^3b + 6a^2b^2 - 4ab^3 + b^4$

13/4. a)  $\frac{4t^2}{9}$     b)  $\frac{125}{8b^3}$     c)  $\frac{16y^2}{49x^2}$     d)  $\frac{4}{x^2 + 2x + 1}$     e)  $\frac{25 - 10x + x^2}{25 + 10x + x^2}$

13/5. a)  $x^{10}$     b)  $y^6$     c)  $10^{2x}$     d)  $2^{5y}$     e)  $10^{2x+2}$     f)  $2^{3y-6}$

13/6. a) 9; 900; 90 000    b) 64; 6400; 640 000; 64 000 000  
 c) 49; 0,49; 0,0049    d) 81; 0,81; 0,0081; 0,000081  
 e) 8; 8000; 8 000 000    f) 0,125; 125; 125 000; 125 000 000  
 g) -1000; -0,001    h) -64; -0,064; -0,000064

13/7. a)  $4 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^2 = 20 \cdot 10^{-1} = 2$     b)  $35 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^4 = 210 \cdot 10^1 = 2100 = 2,1 \cdot 10^3$   
 c)  $48 \cdot 10^{-5} \cdot 75 \cdot 10^4 = 3600 \cdot 10^{-1} = 360$     d)  $24 \cdot 10^{-6} \cdot 15 \cdot 10^2 = 360 \cdot 10^{-4} = 36 \cdot 10^{-3}$   
 e)  $16 \cdot 10^{-5} \cdot 45 \cdot 10^3 = 720 \cdot 10^{-2} = 7,2$     f)  $6 \cdot 10^2 / (12 \cdot 10^3) = 0,5 \cdot 10^{-1} = 50 \cdot 10^{-3}$   
 g)  $48 \cdot 10^1 / (16 \cdot 10^4) = 3 \cdot 10^{-3}$     h)  $20 \cdot 10^{-3} / (5,5 \cdot 10^3) = 3,6364 \cdot 10^{-6}$   
 i)  $72 \cdot 10^{-4} / (36 \cdot 10^2) = 2 \cdot 10^{-6}$     j)  $42 \cdot 10^{-5} / (35 \cdot 10^3) = 12 \cdot 10^{-9}$

13/8. a)  $10^{2+7+3-5} = 10^7$     b)  $10^{3-9+3} = 10^{-3}$     c)  $10^{2-12+7+2} = 10^{-1}$   
 d)  $10^{5-2+12-9} = 10^6$

13/9. a)  $\frac{48\,000 \cdot 500}{0,06} = \frac{48 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^2}{6 \cdot 10^{-2}} = 40 \cdot 10^7$   
 b)  $\frac{34\,000 \cdot 0,05}{50\,000} = \frac{34 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-1}}{5 \cdot 10^4} = 34 \cdot 10^{-2} = 0,34$   
 c)  $\frac{0,0078 \cdot 0,025}{13\,000 \cdot 0,0005} = \frac{78 \cdot 10^{-4} \cdot 25 \cdot 10^{-3}}{13 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 30 \cdot 10^{-6}$   
 d)  $\frac{56\,000 \cdot 0,005}{35\,000} = \frac{56 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{35 \cdot 10^3} = 8 \cdot 10^{-3}$